

# 面内受压大跨度混凝土板自由振动

刘 露<sup>1</sup>, 谢 智<sup>2</sup>

- (1. 中交二航局成都城市建设工程有限公司, 四川成都 610041;  
2. 中交第三航务工程局有限公司厦门分公司, 福建厦门 361000)

**【摘 要】** 文章基于经典薄板理论, 利用 Hamilton 原理推导面内受压大跨度混凝土板自由振动的控制微分方程并进行无量纲化。采用一种半解析方法—微分变换法 (DTM) 将无量纲控制微分方程及边界条件变换为等价的代数方程, 得到含有无量纲固有频率和屈曲载荷的特征方程。数值给出了不同边界条件下无量纲压力强度、载荷参数、长宽比对大跨度混凝土板无量纲固有频率的影响, 可为大跨度混凝土板设计提供及现场施工提供参考。

**【关键词】** 经典薄板理论; 无量纲固有频率; 微分变换法 (DTM)

**【中图分类号】** TU375.2

**【文献标志码】** A

基于现代结构理论和城市建设的发展, 大跨度混凝土结构具有构件截面小, 自重弯矩占总弯矩的比例小, 优越的跨越能力等重要特性, 从而使大跨度混凝土板在新建的市政项目应用普遍。范康等<sup>[1]</sup>基于板壳振动理论, 根据楼板振动舒适度的要求、边界条件、楼板跨度等因素对大跨度混凝土板的振动特性进行了研究。李冬等<sup>[2]</sup>借鉴欧洲 EFNARC 标准, 利用四边简支方板试验研究了钢纤维对玄武岩纤维编织网增强混凝土板双向弯曲性能的影响。王丽娟等<sup>[3]</sup>对水泥混凝土路面固化温度区域特征及其对面板翘曲的影响进行了研究。李炎隆等<sup>[4]</sup>利用平面有限元法分析坝踵混凝土体型对混凝土面板应力变形的影响。韩重庆等<sup>[5]</sup>为分析不同持荷水平下受约束预应力混凝土空心板整浇楼面的耐火极限变化规律, 进行了 3 块受约束预应力混凝土空心板整浇楼面试件的耐火极限试验研究。王园园等<sup>[6]</sup>对钢-混凝土组合与叠合双重作用梁负弯矩区刚度和叠合面滑移进行了研究。黄春霞等<sup>[7]</sup>研究单掺纤维和混掺纤维对活性粉末混凝土抗压强度和轴向抗拉强度的影响规律。董毓利等<sup>[8]</sup>对火灾作用下混凝土双向简支板的挠度进行了计算。

混凝土板作为最基础的建筑构件在市政工程中应用极为广泛, 如用于路面承重结构、桥梁、楼板、地铁车站等。同时由于功能和结构的需要, 大跨度混凝土板也常见于市政工程中, 深入分析其在面内荷载等多种载荷作用下的力学响应应具有理论研究意义和工程实际应用价值。目前, 面内受压大跨度混凝土板自由振动和屈曲的分析在国内外还鲜见有文献报道, 因此本文研究面内受压大跨度混凝土板自由振动和屈曲问题。首先基于经典薄板理论, 利用 Hamilton 原理推导面内受压大跨度混凝土板自由振动和屈曲的控制微分方程并进行无量纲化; 其次采用微分变换法 (Differential Transform Method, 简称 DTM) 将问题的无量纲控制微分方程及其边界条件进行变换; 最后求解并探讨了无量纲压力强度、载荷参数和长宽比对于混凝土板自振频率的影响。

## 1 控制微分方程及参数的无量纲化

考虑如图 1 所示的大跨度混凝土板, 将其放置在图示的

笛卡尔直角坐标系中。板的尺寸为  $a \times b \times h$  且受到垂直于  $y$  轴截面上的面内分布力  $N_y = -N_0(1 - \gamma x/a)$ , 其中  $N_0$  为  $x = 0$  处的压力强度,  $\gamma$  为载荷参数。这里用  $\lambda = a/b$  表示矩形板的长宽比, 垂直于板面的位移分量为  $w$ 。  $y = 0$  和  $y = b$  处为简支边界 (S), 其余对边为简支 (S) 或夹紧 (C) 边界。下面在对纳米矩形板四个直边的边界条件表示中, 均按  $x = 0$ 、 $y = b$ 、 $x = a$  和  $y = 0$  处的次序给出。

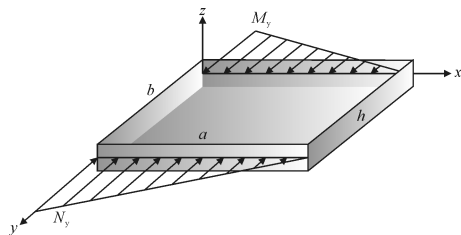


图 1 面内受压大跨度混凝土板

为了导出大跨度混凝土板自由振动控制微分方程, 运用 Hamilton 原理表示如下:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (U - T + W) dt = 0 \quad (1)$$

式中:  $t$  表示时间,  $\delta$  为变分符号。  $U$ 、 $T$  和  $W$  分别表示板的应变能、动能和外力势能, 各量可表示如下:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \quad (2)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \rho h \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (3)$$

$$W = - \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b N_y \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 dx dy \quad (4)$$

式中:  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  和  $\tau_{xy}$  为三个应力分量,  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  和  $\gamma_{xy}$  为三个应变分量,  $\rho$  为质量密度。

【定稿日期】2019-06-12

【作者简介】刘露 (1993~), 男, 硕士, 助理工程师, 从事建筑施工技术工作。

板中面应变和内力分量如下<sup>[9]</sup>:

$$\varepsilon_x = z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_x dz, M_y = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_y dz, M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} z \tau_{xy} dz \quad (6)$$

将式(2)~式(6)代入式(1)可得面内受压大跨度混凝土板的运动方程为:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (7)$$

在二维形式的板应力应变关系如下:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_x + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \varepsilon_y \quad (8a)$$

$$\sigma_y = \frac{\nu E}{1-\nu^2} \varepsilon_x + \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_y \quad (8b)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (8c)$$

式中:  $E, G = E/2(1+\nu)$  分别为正交各向同性材料的两个弹性模量;  $\nu$  为泊松比。

由式(5)、式(6)和式(8)可得混凝土板的弯矩和扭矩方程:

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \nu D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (9a)$$

$$M_y = -D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \nu D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9b)$$

$$M_{xy} = 2D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (9c)$$

式中:  $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$  为弯曲刚度。

式(9a)~式(9c)代入式(7)可得面内受压大跨度混凝土板的运动方程为:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} + D \frac{\partial^4 w}{\partial^4 y} - N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (10)$$

板的边界条件在  $y=0$  和  $y=b$  处若只考虑为简支(S), 板的横向位移函数可取为:

$$w(x, y, t) = \bar{w}(x) \sin(m\pi y/b) e^{i\omega t} \quad (11)$$

式中:  $m=1, 2, 3, \dots$  表示板在  $y$  方向振动的半波数,  $\bar{w}(x)$  为  $x$  方向的振型,  $i$  为虚数单位,  $\omega$  为圆频率。再引入如下的无量纲参数:

$$X = x/a, Y = y/b, H = h/a, W = \bar{w}/a,$$

$$\Omega^2 = [12\rho(1-\nu^2)a^2\omega^2]/EH^2,$$

$$N_0^* = [12N_0(1-\nu^2)]/aEH^3,$$

并由式(10)、式(11)可得面内受压大跨度混凝土板自由振动的控制微分方程为:

$$A_1 \frac{d^4 W}{dX^4} + A_2 \frac{d^2 W}{d^2 X} + A_3 XW + A_4 W = 0 \quad (12)$$

式中:

$$A_1 = 1,$$

$$A_2 = -2\lambda^2 m^2 \pi^2$$

$$A_3 = \gamma \lambda^2 m^2 \pi^2 N_0^*,$$

$$A_4 = \lambda^4 m^4 \pi^4 - \lambda^2 m^2 \pi^2 N_0^* - \Omega^2$$

又由弹性稳定性理论可知,结构失稳时的振动具有无限大的振动周期,其固有频率为零<sup>[10]</sup>,则式(14)中若取  $\Omega = 0$ ,则可得到计算面内受压大跨度混凝土板各阶屈曲模态载荷的控制微分方程,其最小值即屈曲临界载荷。至于在  $X=0$  和  $X=1$  边界处,可为简支(S)边界条件或者固定(C)边界条件,其无量纲形式表述如下:

简支(S):

$$W = \frac{d^2 W}{dX^2} = 0 \quad (13)$$

固定(C):

$$W = \frac{dW}{dX} = 0 \quad (14)$$

## 2 无量纲控制微分方程及其边界条件的 DTM 变换

面内受压大跨度混凝土板自由振动和屈曲的无量纲控制微分方程式(12)为变系数常微分方程,一般情况下较难求得解析解,这里采用微分变换法(DTM)<sup>[11-14]</sup>进行求解。DTM是一种能有效将线性或非线性微分方程(组)变换成代数方程(组)求解的半解析方法,它基于Taylor级数展开来求解微分方程,使用充分可微的多项式形式作为精确解的近似。经DTM变换,可将原微分方程(组)和系统边界条件转化为由离散函数构成的代数方程(组),非常适合计算机编程进行求解。对于原函数  $f(x)$ ,根据函数的Taylor公式,经过DTM变换后的函数  $F[k]$  定义为<sup>[20]</sup>:

$$F[k] = \frac{1}{k!} \left[ \frac{d^k f(x)}{dx^k} \right]_{x=x_0} \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (15)$$

$F(k)$  的逆变换为:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (x-x_0)^k F[k] \quad (16)$$

或者:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-x_0)^k}{k!} \left[ \frac{d^k f(x)}{dx^k} \right]_{x=x_0} \quad (17)$$

在实际应用中,函数  $f(x)$  只考虑级数的有限项,式(14)可重写为:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^m (x-x_0)^k F[k] \quad (18)$$

式中:正整数  $m$  表示Taylor级数的项数。通常情况下可通过增大  $m$  的值来提高解的精度。

运用DTM对面内受压大跨度混凝土板自由振动和屈曲问题进行求解时,首先需要将其无量纲控制微分方程和边界条件经DTM转化为相应的由离散函数组成的代数方程。这里用  $F$  表示式(12)中  $W$  经DTM变换后的离散值,则式(12)由DTM可变换为:

$$B_1 F[k+4] + B_2 F[k+2] + B_3 F[k] + B_4 F[k-1] = 0 \quad (19)$$

式中:

$$B_1 = (k+1)(k+2)(k+3)(k+4),$$

$$B_2 = -2\lambda^2 m^2 \pi^2 (k+1)(k+2),$$

$$B_3 = \lambda^4 m^4 \pi^4 - \Omega^2 - \lambda^2 m^2 \pi^2 N_0^*$$

$$B_4 = \gamma \lambda^2 m^2 \pi^2 N_0^*$$

边界条件变换如下:

在  $X = 0$  处,简支(S)边界条件:

$$F[0] = F[2] = 0 \quad (20)$$

固定(C)边界条件:

$$F[0] = F[1] = 0 \quad (21)$$

在  $X = 1$  处,简支(S)边界条件:

$$\sum_{k=0}^{\infty} F[k] = 0, \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)F[k] = 0 \quad (22)$$

固定(C)边界条件:

$$\sum_{k=0}^{\infty} F[k] = 0, \sum_{k=0}^{\infty} kF[k] = 0 \quad (23)$$

将式(19)分别代入式(20)和式(22),式(20)和式(23),可分别求得四边简支(SSSS)和三边简支一边固定(SSCS)的频率特征方程如下:

$$\begin{aligned} S_{11}^{(n)}(\Omega)F[1] + S_{12}^{(n)}(\Omega)F[3] &= 0 \\ S_{21}^{(n)}(\Omega)F[1] + S_{22}^{(n)}(\Omega)F[3] &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

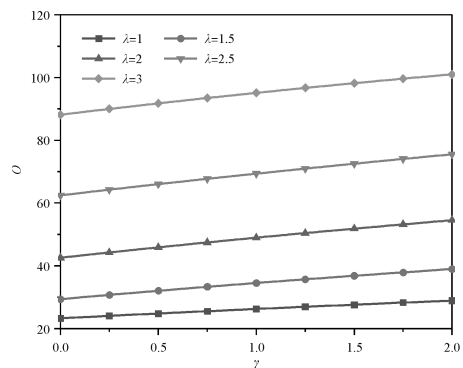
式中  $S_{11}^{(n)}, S_{12}^{(n)}, S_{21}^{(n)}, S_{22}^{(n)}$  是迭代  $n$  次求出的含有未知量无量纲固有频率  $\Omega$  的多项式,写成矩阵的形式:

$$\begin{bmatrix} S_{11}^{(n)}(\Omega) & S_{12}^{(n)}(\Omega) \\ S_{21}^{(n)}(\Omega) & S_{22}^{(n)}(\Omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F[1] \\ F[3] \end{Bmatrix} = 0 \quad (25)$$

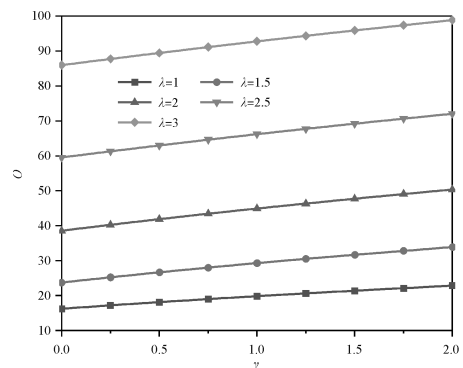
要使式(25)有非零解,则:

$$\begin{vmatrix} S_{11}^{(n)}(\Omega) & S_{12}^{(n)}(\Omega) \\ S_{21}^{(n)}(\Omega) & S_{22}^{(n)}(\Omega) \end{vmatrix} = 0 \quad (26)$$

令无量纲固有频率  $\Omega=0$ ,给定参数可以求解出临界屈曲载荷  $N_{cr}$ 。 $N_{cr}$  的求解过程类似于  $\Omega$  的求解过程,同理可得:



(a)CSCS 边界条件



(c)SSCS 边界条件

$$\begin{vmatrix} P_{11}^{(n)}(N_{cr}) & P_{12}^{(n)}(N_{cr}) \\ P_{21}^{(n)}(N_{cr}) & P_{22}^{(n)}(N_{cr}) \end{vmatrix} = 0 \quad (27)$$

在对边简支对边固定(CSCS)、一边固定三边简支(CSSS)的边界条件下,同理可求出含有未知量无量纲固有频率  $\Omega$  以及临界屈曲载荷  $N_{cr}$  特征方程:

$$\begin{vmatrix} Z_{11}^{(n)}(\Omega) & Z_{12}^{(n)}(\Omega) \\ Z_{21}^{(n)}(\Omega) & Z_{22}^{(n)}(\Omega) \end{vmatrix} = 0 \quad (28)$$

$$\begin{vmatrix} R_{11}^{(n)}(N_{cr}) & R_{12}^{(n)}(N_{cr}) \\ R_{21}^{(n)}(N_{cr}) & R_{22}^{(n)}(N_{cr}) \end{vmatrix} = 0 \quad (29)$$

由式(26)~式(29),SSSS、SSCS、CSCS、CSSS 边界条件下的无量纲固有频率  $\Omega$  和临界屈曲载荷  $N_{cr}$  可求出。为了控制求出的无量纲固有频率  $\Omega$  和临界屈曲载荷  $N_{cr}$  的精度和研究其收敛性,则有:

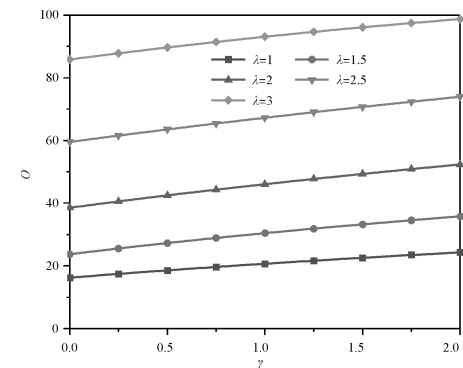
$$|\Omega_j^{(n)} - \Omega_j^{(n-1)}| \leq \eta_1, |N_{crj}^{(n)} - N_{crj}^{(n-1)}| \leq \eta_2 \quad (30)$$

式中:  $\eta_1, \eta_2$  为迭代误差限,这里取  $\eta_1 = \eta_2 = 0.000001$ 。

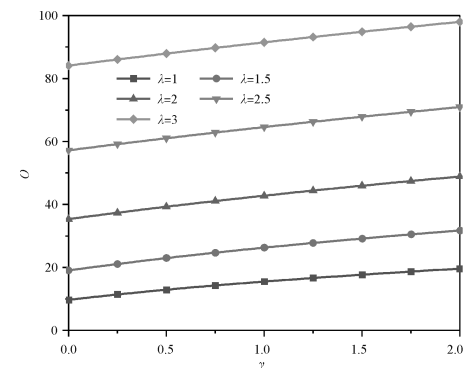
### 3 计算结果与分析

通过编写 MATLAB 程序可获得由 DTM 求解面内受压大跨度混凝土板屈曲和振动特征值问题的临界载荷  $N_{cr}$  和无量纲频率  $\Omega$ 。这里选择 C35 混凝土进行计算。材料参数如下<sup>[1][24]</sup>:  $\nu = 0.2, E = 3.15 \times 10^4 \text{ N/mm}^2, \rho = 25 \text{ kN/m}^2$ 。

图2为  $N_0^* = 30, m = 1, H = 0.1$  时,在 CSCS、CSSS、SSCS、SSSS 边界下 1 阶无量纲固有频率  $\Omega$  与载荷参数  $\gamma$  的关系曲线



(b)CSSS 边界条件

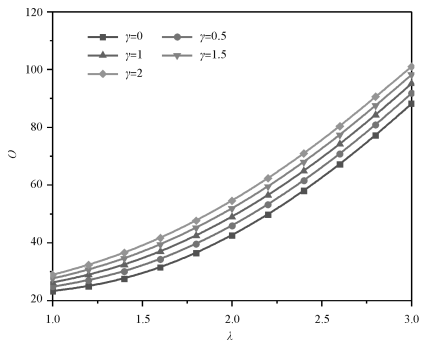


(d)SSSS 边界条件

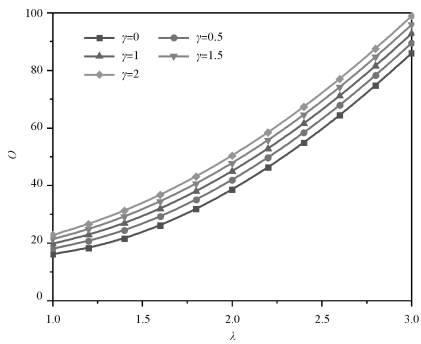
图2 不同边界条件下 1 阶无量纲固有频率  $\Omega$  与载荷参数  $\gamma$  的关系曲线

线。各边界下的  $\Omega$  都随  $\gamma$  的增大而增大;约束较强边界下  $\Omega$  较大(顺序: CSCS 边界下频率值 > CSSS 边界下频率值或 SSCS 边界下频率值 > SSSS 边界下频率值)。

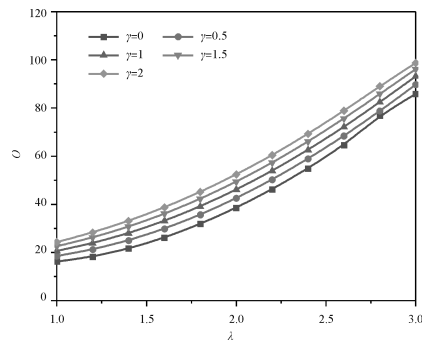
图 3 为  $N_0^* = 30, m = 1, H = 0.1$  时,在 CSCS、CSSS、SSCS、SSSS 边界下 1 阶无量纲固有频率  $\Omega$  与载荷参数  $\lambda$  的关系曲



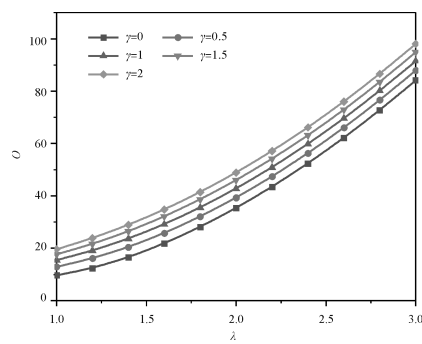
(a) CSCS 边界条件



(b) CSSS 边界条件

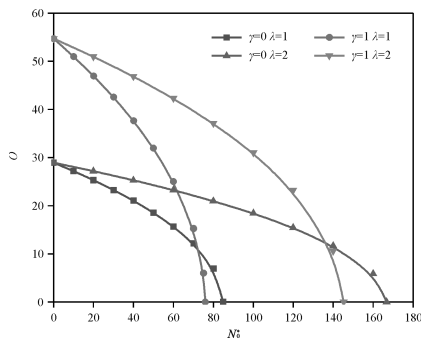


(c) SSCS 边界条件

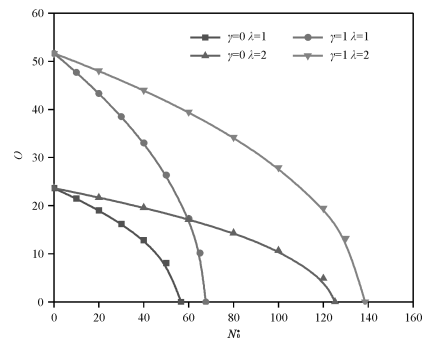


(d) SSSS 边界条件

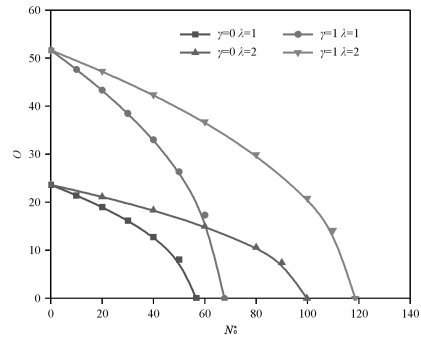
图 3 不同边界条件下 1 阶无量纲固有频率  $\Omega$  与长宽比  $\lambda$  的关系曲线



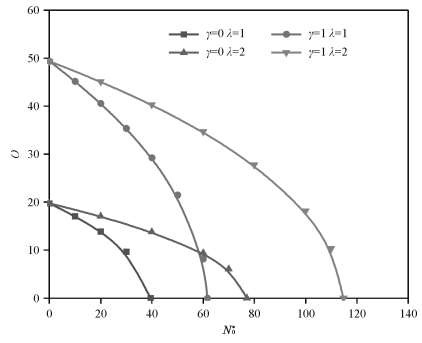
(a) CSCS 边界条件



(b) CSSS 边界条件



(c) SSCS 边界条件



(d) SSSS 边界条件

图 4 不同边界条件下 1 阶无量纲固有频率  $\Omega$  与  $X = 0$  处无量纲压力强度  $N_0^*$  的关系曲线

线。各边界下的  $\Omega$  都随  $\lambda$  的增大而增大;约束较强边界下  $\Omega$  较大(顺序: CSCS 边界下频率值 > CSSS 边界下频率值或 SSCS 边界下频率值 > SSSS 边界下频率值)。

图 4 给出了不同参数下在 CSCS、CSSS、SSCS、SSSS 边界下 1 阶无量纲固有频率  $\Omega$  与  $X = 0$  处无量纲压力强度  $N_0^*$

的关系曲线。由图可见:当 $\gamma$ 、 $\lambda$ ,一定和 $H=0.1$ 时,各边界下的 $\Omega$ 都随 $N_0^*$ 的增大而减小且减小至0;当 $\gamma$ 、 $\lambda$ 及 $H=0.1$ 、 $\Omega=0$ 时, $N_0^*$ 即为临界屈曲载荷 $N_{cr}$ 并且约束较强边界下临界屈曲载荷 $N_{cr}$ 较大(顺序:CSCS边界下临界屈曲载荷值>CSSS边界下临界屈曲载荷值或SSCS边界下临界屈曲载荷值>SSSS边界下临界屈曲载荷值)。

4 结论

本文基于经典薄板理论,利用Hamilton原理推导了面内受压大跨度混凝土板自由振动和控制微分方程并进行无量纲化,采用DTM求解并研究了大跨度板的自由振动。考虑各参数对不同边界条件下大跨度板的自振频率 $\Omega$ 的影响。主要结论如下:

- (1)随着载荷参数 $\gamma$ 的增大导致了混凝土板系统受到垂直于 $y$ 轴截面上的面内分布力 $N_y$ 减小,从而使得大跨度混凝土板的自振频率 $\Omega$ 和临界屈曲载荷 $N_{cr}$ 都增大。
- (2)随着压力强度 $N_0^*$ 的增大,从而使得基频 $\Omega$ 减小,当基频 $\Omega=0$ 时,意味着混凝土板系统发生失稳,此时的 $N_0^*$ 为最危险的载荷,即为临界屈曲载荷 $N_{cr}$ ;各边界条件下基频 $\Omega$ 都随长宽比 $\lambda$ 的增大而增大,并且增大速率逐渐变大且较强约束的边界条件下自振频率 $\Omega$ 较大。
- (5)本文深入分析大跨度混凝土板在面内荷载等多种载荷作用下的力学响应具有理论研究意义和工程实际应用价值。为路面混凝土结构、桥梁、楼板和地铁车站设计以及现场施工提供可靠的依据。

参 考 文 献

[1] 范康,陈军武.大跨度混凝土楼板的自振频率分析[J].四川建筑,2018(4):189-190.  
[2] 李冬,丁一宁.碳纤维对玄武岩纤维编织网增强混凝土板双向弯曲性能的影响[J].复合材料学报,2019,36(2):482

-490.

[3] 王丽娟,胡昌斌.水泥混凝土路面固化温度区域特征及其对面板翘曲的影响[J].交通运输工程学报,2018,v.18;No.93(3):23-37.  
[4] 李炎隆,张宁,曹智昶,等.坝踵混凝土体型对混凝土面板应力变形的影响[J].水利水运工程学报,2019(1):11-17.  
[5] 韩重庆,许清风,李梦南,等.受约束预应力混凝土空心板整浇楼面耐火极限试验研究[J].建筑结构学报,2018,v.39(5):56-66.  
[6] 王园园,段树金,牛润明.钢-混凝土组合与叠合双重作用梁负弯矩区刚度和叠合面滑移研究[J].工程力学,2018(S1).  
[7] 黄春霞,安亚强,娄宗科.单掺与混掺纤维活性粉末混凝土抗拉强度试验[J].甘肃科学学报,2018,30(5):88-91+121.  
[8] 董毓利,房圆圆.火灾作用下混凝土双向简支板的挠度计算[J].建筑结构学报,2018,v.39(5):67-72.  
[9] Reddy J N. Energy principles and variational methods in applied mechanics [M]. Third Edition, Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2017.  
[10] Yoo C H, Lee S C. Stability of structures: principles and applications [M]. New York: Elsevier Ltd, 2011.  
[11] 赵家奎.微分变换及其在电路中的应用[M].武汉:华中理工大学出版社,1998.  
[12] Hatami M, Ganji D D, Sheikholeslami M. Differential transformation method for mechanical engineering problems [M]. London: Elsevier Ltd, 2017.  
[13] Yesilce Y. Differential transform method and numerical assembly technique for free vibration analysis of the axial-loaded Timoshenko multiple-step beam carrying a number of intermediate lumped masses and rotary inertias [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2015, 53(3): 537-573.  
[14] 滕兆春,衡亚洲,张会凯,等.弹性地基上转动FGM梁自由振动的DTM分析[J].计算力学学报,2017,34(6):712-717.

(上接第202页)由表3、4可知,本文提出的配束方法(方案一~四)与原设计方案相比增加了15%的钢束用量,从经济方面考虑,原设计方案更优。究其原因主要为:(1)本文是从弯矩平衡角度出发配置预应力钢束,实际就需要平衡这么多的弯矩,钢束增加不可避免。

(2)本配束方法相比于原设计只是增加了300多根钢束,但换来的是成桥跨中最大挠度减少了75%左右,钢束的增加是值得的。

对比方案一~四的成桥挠度结果可知,采用“三组配束”时,让每个组内的节段数相等,即:均等划分的方式能够达到较好的成桥状态。

3 结束语

(1)本文依托“恒载零弯矩法”提出顶板束采用“三组配束”的设计方法。并以实桥工程为依托,验证了该方法能够显著减小成桥跨中下挠,具有一定的优越性。

(2)在采用“三组配束”时,针对应当怎样划分为三组才能达到最好的成桥状态,本文提出了四种分组方案,通过对一实桥的建模分析,验证出将悬浇块均分为三组的划分方案能达到相对较小的成桥下挠。

参 考 文 献

[1] 何天涛.大跨径预应力混凝土梁桥挠度研究[D].长沙:长沙理工大学,2008.  
[2] 齐冬春,张永水,李强.大跨径连续刚构桥跨中下挠的成因及对策[J].重庆交通大学学报,2007.  
[3] 范立础.预应力混凝土连续梁桥[M].北京:人民交通出版社,2001.  
[4] 薛兴伟.大跨PC梁桥跨中下挠及裂缝控制研究[D].广州:暨南大学,2013.